



Guía Nº2: Propiedades de las raíces Tutorías institucionales de matemáticas

Concepto de raíz

Es la obtención de un número, que ha sido multiplicado “ n veces” por si mismo bajo el operador raíz ($\sqrt[n]{m} = b$)

En donde:

n : índice radical, o índice de la raíz, que indica las veces que ha sido multiplicado cierto número.

m : subradical o radicando, indica el producto de aquella multiplicación de cierto número.

b : es la raíz (raíz aritmética) o el número buscado, que ha sido multiplicado “ n veces por sí mismo”

Se llama **raíz** (o *raíz aritmética*) de un número m de índice n y se escribe $\sqrt[n]{m}$, a un número que cumple:

$$(\sqrt[n]{m})^n = b$$

Propiedad de las raíces

• Si $m > 0$: $\sqrt[n]{m}$ existe cualquiera que sea n

Cuando $m > 0$, $\sqrt[n]{m}$ es un número positivo (y es único).

• Si $m < 0$: sólo existe la raíz $\sqrt[n]{m}$ cuando el índice n es impar.

Cuando el índice n es impar, y $m < 0$: $\sqrt[n]{m}$ es negativo (y es único).

Véase los siguientes ejemplos:

a) $16 = 4^2$, el índice radical es 2, que no se escribe por conveniencia y se lee raíz cuadrada de 16 (radicando), la pregunta fue ¿Qué número multiplicado por si mismo da como resultado 16?. Resp: 4

b) $\sqrt[3]{8} = 2$, el índice radical es 3, y se lee raíz cúbica de 8(radicando), la pregunta fue
 ¿Qué número multiplicado tres veces por si mismo da como resultado 8?
 Resp: 2

PROPIEDADES DE LAS RAICES

Propiedad 1: Raíz de radicando cero $\sqrt[n]{0} = 0$

Ejemplos: 1) $\sqrt[3]{0} = 0$ 2) $\sqrt[7]{0} = 0$ (n : índice, distinto de cero)

Propiedad 2: Raíz de la unidad $\sqrt[n]{1} = 1$

Ejemplos: 1) $\sqrt[5]{1} = 1$ 2) $\sqrt[8]{1} = 1$

Propiedad 3: Producto de raíces de igual índice $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

Ejemplos: 1) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{15}$ 2) $\sqrt[7]{4} \cdot \sqrt[7]{2} = \sqrt[7]{8}$

Propiedad 4: División de raíces de igual índice $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Ejemplos: 1) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ 2) $\frac{\sqrt[n]{a^7}}{\sqrt[n]{a^3}} = \sqrt[n]{\frac{a^7}{a^3}} = \sqrt[n]{a^{7-3}} = \sqrt[n]{a^4}$

Propiedad 5: Raíz de una Raíz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Ejemplos: 1) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{m}} = \sqrt[12]{m}$ 2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[7]{3x}}} = \sqrt[84]{3x}$

Propiedad 6: Raíces de la forma $a^n \sqrt{b}$ $a^n \sqrt{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

Ejemplos: 1) $2^3 \sqrt{2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$ 2) $x^5 \sqrt[4]{x} = \sqrt[5]{4x^5}$

Ejercicios propuestos

Aplicando propiedades de raíces resuelva.

I) Multiplique las siguientes raíces.

$$\begin{array}{llll} 1) \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = & 2) \sqrt{2} (1 + \sqrt{7}) = & 3) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = & 4) \sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2a}} = \\ 5) 3\sqrt{\frac{a^x}{2}} \cdot 2\sqrt{\frac{a^{x-3}}{5}} = & 6) 5x\sqrt{y} \cdot 3y\sqrt{2x} = & 7) \sqrt{1+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{1+\sqrt{3}} = & \\ 8) (3\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = & 9) \sqrt{\frac{1}{1-x}} \cdot \sqrt{\frac{1-x}{9}} = & 10) \frac{\sqrt{5}}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = & \end{array}$$

II) Divida las siguientes raíces.

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = & 2) \frac{\sqrt{a^{2x-1}}}{\sqrt{a^{x-2}}} = & 3) 5a^2\sqrt{50} \div 3a\sqrt{2} = & 4) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \\ 5) \frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = & 6) \frac{\sqrt{a^{3x}}}{\sqrt{a^{x-1}}} = & 7) (2\sqrt{18} - 4\sqrt{8}) \div 2\sqrt{2} = & \\ 8) (25\sqrt[3]{x^2} - 10\sqrt[3]{x^4}) \div 5\sqrt[3]{x} = & 9) 5a^2\sqrt{50} \div 3a\sqrt{2} = & 10) 3a^2\sqrt[3]{a^{5x}} \div a^2\sqrt[3]{a^{2x}} = & \end{array}$$

III) Calcule la raíz de la raíz.

$$\begin{array}{llllll} 1) \sqrt[3]{\sqrt{4}} = & 2) \sqrt{2\sqrt{2}} = & 3) \sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}} = & 4) \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}} = & 5) \sqrt{2\sqrt{6\sqrt{x}}} = \\ 6) \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} = & 7) \sqrt[3]{\sqrt{2\sqrt{5}}} = & 8) 3\sqrt{2\sqrt{4x}} = & 9) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{5}}} = & 10) ax\sqrt{x\sqrt{x^3}} = \end{array}$$

IV) Introduce el coeficiente en una sola raíz.

$$\begin{array}{llllll} 1) 2\sqrt{5} = & 2) 2\sqrt[3]{3} = & 3) 2x^2\sqrt{5} = & 4) \frac{x}{2} \sqrt{\frac{2x}{7}} = & 5) -\frac{p^2}{q} \sqrt{\frac{2p}{3q}} = \\ 6) m^3\sqrt{x^4} = & 7) q^4\sqrt{m^2} = & 8) \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{2}{x^3}} = & 9) \frac{m^3}{2} \sqrt[4]{\frac{1}{m}} = & 10) \left(\frac{x}{a}\right)^2 \sqrt[3]{\frac{a}{x}} = \end{array}$$